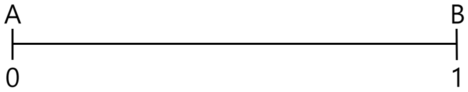
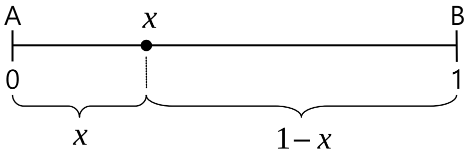
다음 상황을 가정하자.

아래 그림처럼 동일한 상품을 경쟁하며 판매하고 있는 두 가게 A와 B가 각각 지역 0과 지역 1에 위치해 있다.



소비자들은 지역 0에서부터 지역 1까지 연속하여 균일하게 분포되어 있으며, 전체 소비자의 수는 1이다.

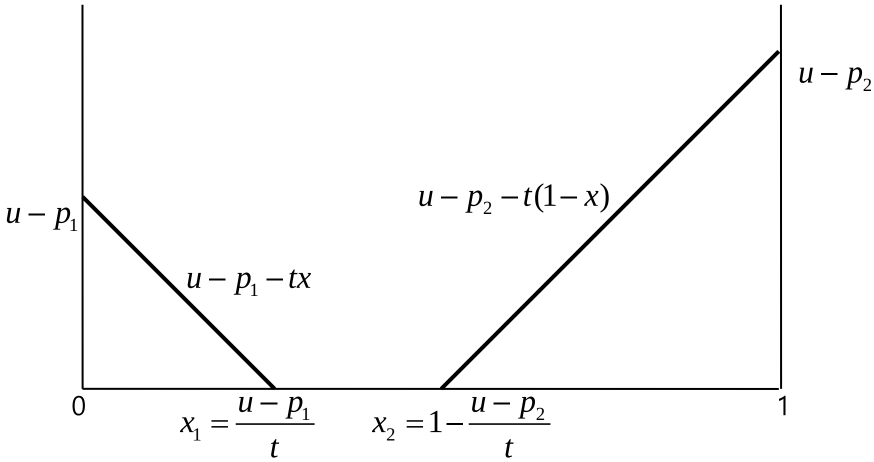
소비자는 상품을 구매하기 위해 지불하는 비용이 상품가격만 있는 것이 아니다. 상품을 구매하기 위해 각 가게로 이동할 때 발생하는 이동비용(교통비, 시간, 피로감 등)까지도 상품구매를 위한 비용이다. 예를 들어, 지역 0에 있는 소비자는 가게 A에서 구매하는 것이 가게 B에서 구매하는 것보다 이동비용이 작다. 이러한 이동비용을 거리에 따라 t 만큼 발생한다고 가정한다. 아래 x 에 위치한 소비자의 경우 A에서 구매하기 위해서는 tx 만큼의 이동비용이 발생하고 B에서 구매하기 위해서는 $t(1-x)$ 만큼의 이동비용이 발생하게 된다.



1명의 소비자는 상품을 1개만 구매하며, 그 상품에 대한 지불용의(WTP)는 u 이다.

가게 A와 B 모두 상품의 생산 한계비용은 각각 상수 c_1과 c_2이다.

CASE I: u (WTP) is low enough for non-competition (specifically, $u < \dfrac{p_1 + p_2 + t}{2}$ that is $\dfrac{u-p_1}{t} < 1 - \dfrac{u-p_2}{t}$)



○ Demand Function

▷ shop A: $D_1 = x_1 = \dfrac{u-p_1}{t}$

▷ shop B: $D_2 = 1 - x_2 = \dfrac{u-p_2}{t}$

○ Profit Function

▷ shop A: $\pi_1 = (p_1 - c_1)D_1 = (p_1 - c_1)\dfrac{u-p_1}{t}$

▷ shop B: $\pi_2 = (p_2 - c_2)D_2 = (p_2 - c_2)\dfrac{u-p_2}{t}$

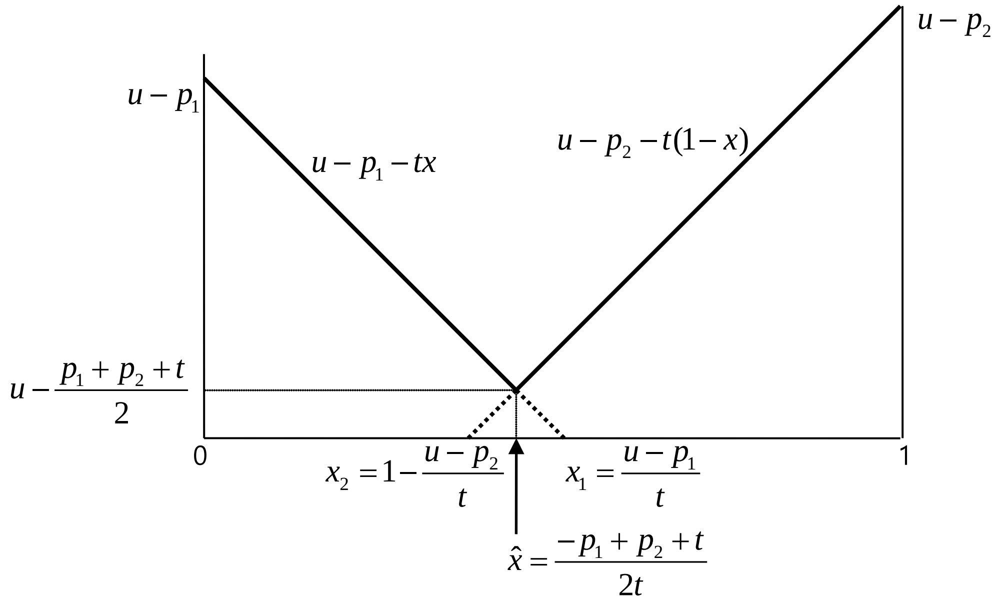
○ Optimal Price

▷ shop A: $\dfrac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = \dfrac{u - p_1}{t} + (p_1 - c_1)(-\dfrac{1}{t}) = 0 \;\Rightarrow\; p_1^* = \dfrac{u + c_1}{2}$ (independent of t)

▷ shop B: $\dfrac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = \dfrac{u - p_2}{t} + (p_2 - c_2)(-\dfrac{1}{t}) = 0 \;\Rightarrow\; p_2^* = \dfrac{u + c_2}{2}$ (independent of t)

○ The condition of u, c_1, c_2 which satisfy $u < \dfrac{p_1^* + p_2^* + t}{2}$ is $u < \dfrac{c_1 + c_2 + 2t}{2}$.

CASE II: u is high enough for competition (specifically, $u \geq \dfrac{p_1 + p_2 + t}{2}$ that is $\dfrac{u - p_1}{t} \geq 1 - \dfrac{u - p_2}{t}$)



○ Demand Function

▷ shop A: $D_1 = \hat{x} = \dfrac{-p_1 + p_2 + t}{2t}$, ▷ shop B: $D_2 = 1 - \hat{x} = \dfrac{p_1 - p_2 + t}{2t}$

○ Profit Function

▷ shop A: $\pi_1 = (p_1 - c_1)D_1 = (p_1 - c_1)\dfrac{-p_1 + p_2 + t}{2t}$

▷ shop B: $\pi_2 = (p_2 - c_2)D_2 = (p_2 - c_2)\dfrac{p_1 - p_2 + t}{2t}$

○ Optimal Price and Nash Equilibrium

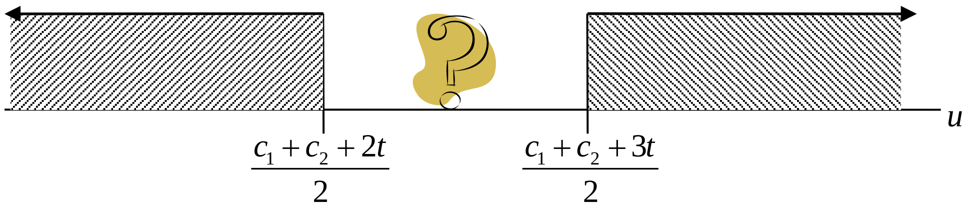
▷ shop A: $\dfrac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = \dfrac{-p_1 + p_2 + t}{2t} + (p_1 - c_1)(-\dfrac{1}{2t}) = 0 \;\Rightarrow\; p_1 = \dfrac{c_1 + t + p_2}{2}$ (independent of u)

▷ shop B: $\dfrac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = \dfrac{p_1 - p_2 + t}{2t} + (p_2 - c_2)(-\dfrac{1}{2t}) = 0 \;\Rightarrow\; p_2 = \dfrac{c_2 + t + p_1}{2}$ (independent of u)

▷ Nash Equilibrium: $p_1^* = \dfrac{2c_1 + c_2 + 3t}{3}$, $p_2^* = \dfrac{c_1 + 2c_2 + 3t}{3}$

○ The condition of u, c_1, c_2 which satisfy $u \geq \dfrac{p_1^* + p_2^* + t}{2}$ is $u \geq \dfrac{c_1 + c_2 + 3t}{2}$.

Question : From Case I and II, what happens if $\frac{c_1+c_2+2t}{2} < u < \frac{c_1+c_2+3t}{2}$?



$p_1^* = \frac{u+c_1}{2}$, $p_2^* = \frac{u+c_2}{2}$

$D_1^* = \frac{u-c_1}{2t}$, $D_2^* = \frac{u-c_2}{2t}$

$\pi_1^* = \frac{(u-c_1)^2}{4t}$,

$\pi_2^* = \frac{(u-c_2)^2}{4t}$

$p_1^* = \frac{2c_1+c_2+3t}{3}$, $p_2^* = \frac{c_1+2c_2+3t}{3}$

$D_1^* = \frac{-c_1+c_2+3t}{6t}$, $D_2^* = \frac{c_1-c_2+3t}{6t}$

$\pi_1^* = \frac{(-c_1+c_2+3t)^2}{18t}$, $\pi_2^* = \frac{(c_1-c_2+3t)^2}{18t}$

○ The relation between u and p with assumption of $c_1 < c_2$.