

0 (남성)과 1(여성)로만 구성된 "이진 자료"가 있다. 이 자료를 "평균" 혹은 "비율"로 추정하면 다음과 같다.

### 모평균의 추정

$$P(\bar{X} - t_{\alpha/2} \times \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + t_{\alpha/2} \times \frac{S}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha \quad \text{where } \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{and } S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2$$

### 모비율의 추정

$$P(\bar{p} - z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \leq p \leq \bar{p} + z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}) = 1 - \alpha \quad \text{where } \bar{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

#### 1. (추정하고자 하는) 모평균

평균개념 및 비율개념적 접근 모두 동일:  $\mu = p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$  (단,  $x_i = 0, 1$ )

#### 2. (모평균을 추정하기 위한 추정치인) 표본평균

평균개념 및 비율개념적 접근 모두 동일:  $\bar{X} = \bar{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

#### 3. (모평균을 추정할 때 사용되는 모분산의 추정치인) 표본분산: 두 개념적 접근의 값이 서로 다름

1) 평균 개념적 접근:  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i)^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \{x_i^2 - \frac{2}{n} x_i \sum_{i=1}^n x_i + \frac{1}{n^2} (\sum_{i=1}^n x_i)^2\}$

2) 비율 개념적 접근:  $\bar{p}(1-\bar{p}) = (\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i) \cdot (1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \frac{1}{n^2} (\sum_{i=1}^n x_i)^2$

참고로, 다음처럼  $\bar{p}(1-\bar{p})$ 는  $p(1-p)$ 의 불편성을 충족시키지 못함.

$$\begin{aligned} E\{\bar{p}(1-\bar{p})\} &= E\{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i (1 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i)\} = E\{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \frac{1}{n^2} (\sum_{i=1}^n x_i)^2\} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(x_i) - \frac{1}{n^2} E\{(\sum_{i=1}^n x_i)^2\} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p - \frac{1}{n^2} E(X^2) \quad [\leftarrow X = \sum_{i=1}^n x_i] \\ &= p - \frac{1}{n^2} \{E(X)E(X) + \text{Var}(X)\} \quad [\because E(AB) = E(A)E(B) + \text{Cov}(A, B)] \\ &= \frac{(n-1)p(1-p)}{n} \quad [\because E(X) = np, \text{Var}(X) = np(1-p)] \end{aligned}$$

- [의문] 1) 모비율 추정은 이진 변수를 평균개념으로 접근하여 추정해도 동일해야 하는 것 아닌가?  
 2) 왜 모비율을 추정할 때 불편성을 충족시키지 못하는  $\bar{p}(1-\bar{p})$ 를 사용하는 것일까?